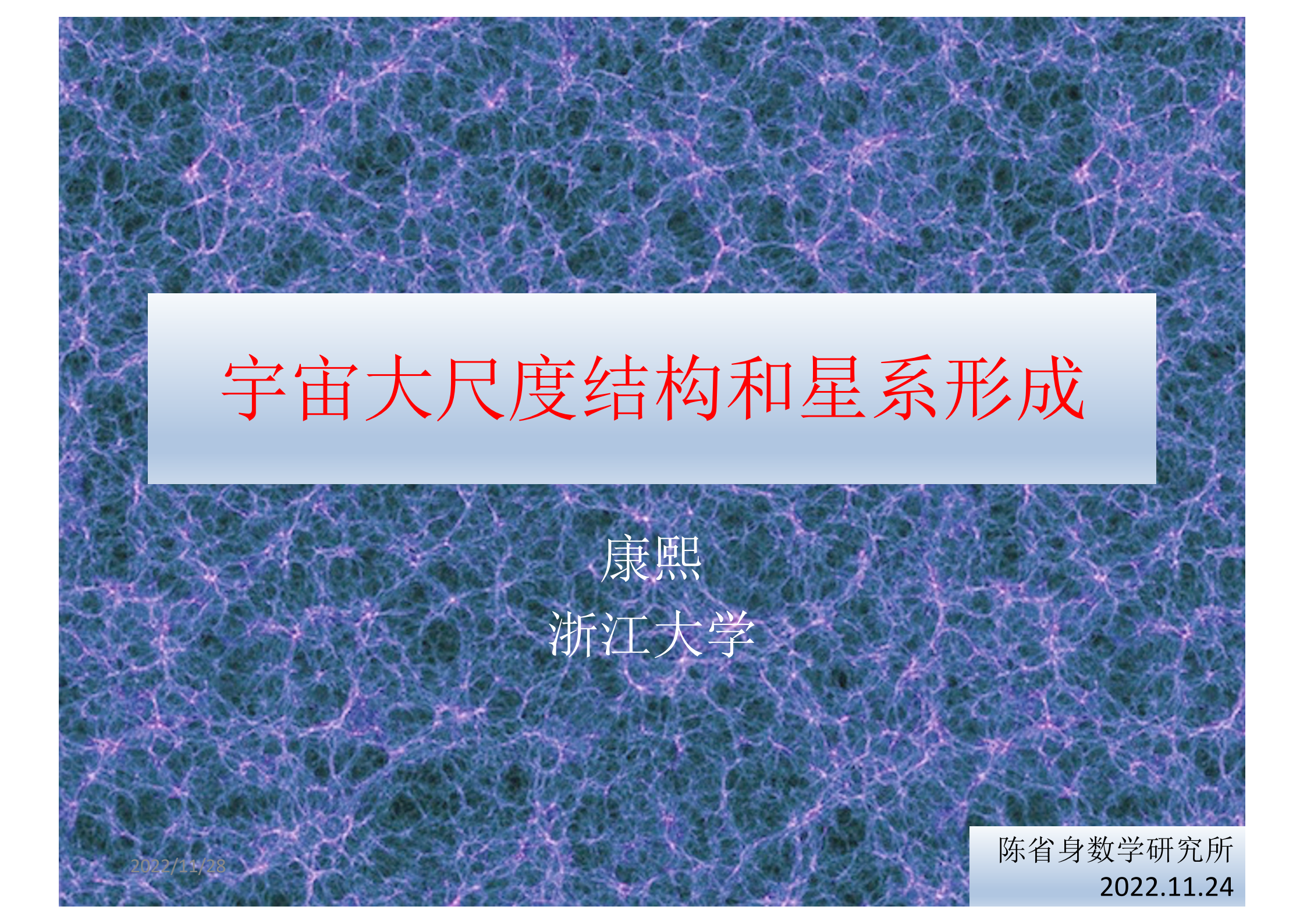


A visualization of the cosmic web, showing a complex network of dark matter filaments and galaxy clusters. The filaments are represented by thin, interconnected lines in shades of blue and purple, forming a dense, web-like structure. The background is a deep blue, and the overall image has a grainy, high-resolution appearance typical of astronomical data.

宇宙大尺度结构和星系形成

康熙
浙江大学

2022/11/28

陈省身数学研究所
2022.11.24

内容提纲

❖ 宇宙学背景

❖ 结构形成及数值模拟

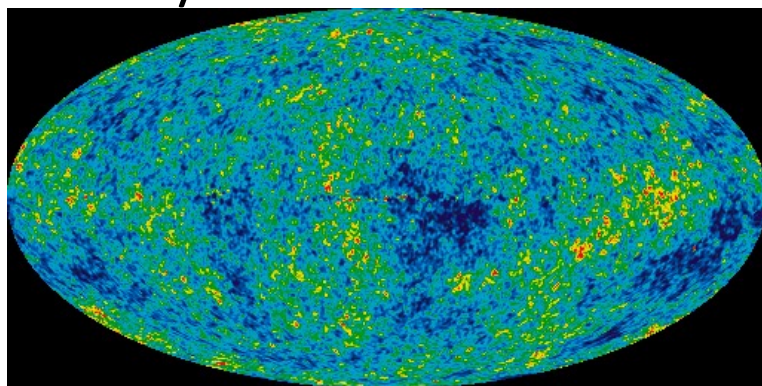
❖ 星系形成过程

❖ 浙江大学天文情况简介

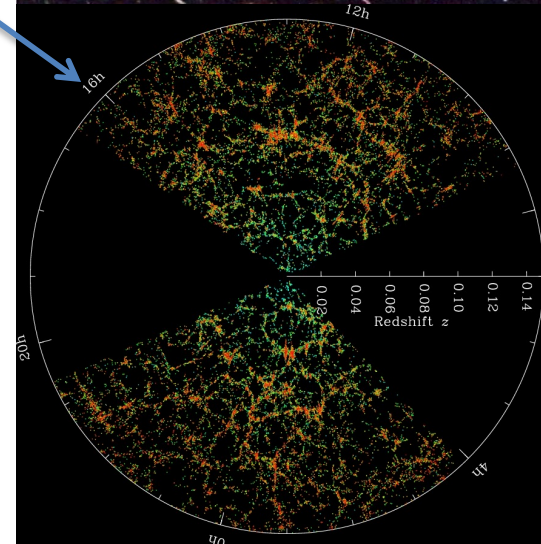
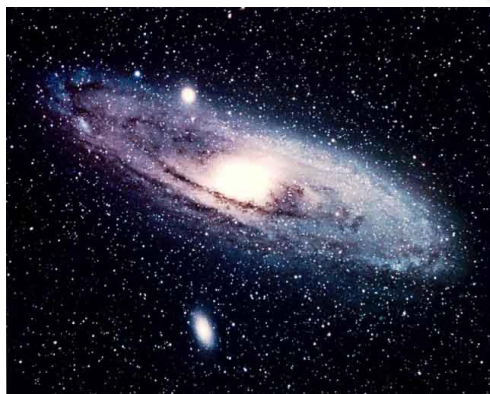
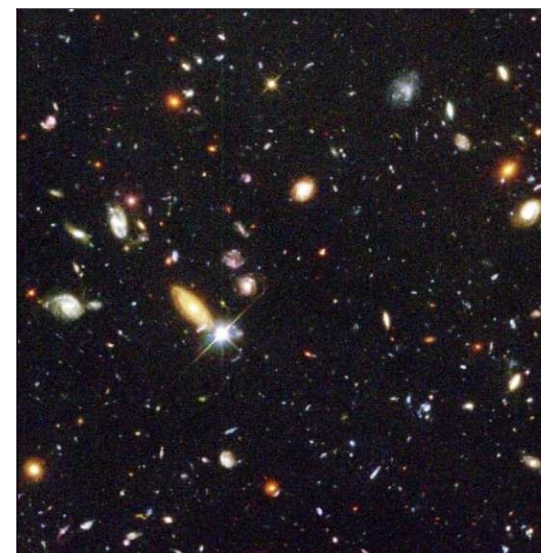
如何从（近乎）均匀各向同性的宇宙 产生丰富的多层次结构？

婴儿宇宙画像

($\Delta T/T \sim 10^{-5}$)



?



宇宙学原理， 爱因斯坦方程

- ✓ 我们的物理规律适用于描述整个宇宙
- ✓ 在足够大的尺度上，宇宙是均匀、各向同性的
- ✓ 宇宙的几何结构由Robertson Walker度规描述：
$$\Rightarrow ds^2 = dt^2 - \frac{a^2(t)}{c^2} \left[dr^2 + R^2 \sin^2\left(\frac{r}{R}\right) \cdot (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) \right]$$
- ✓ 宇宙遵守爱因斯坦场方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

牛顿近似下的宇宙模型

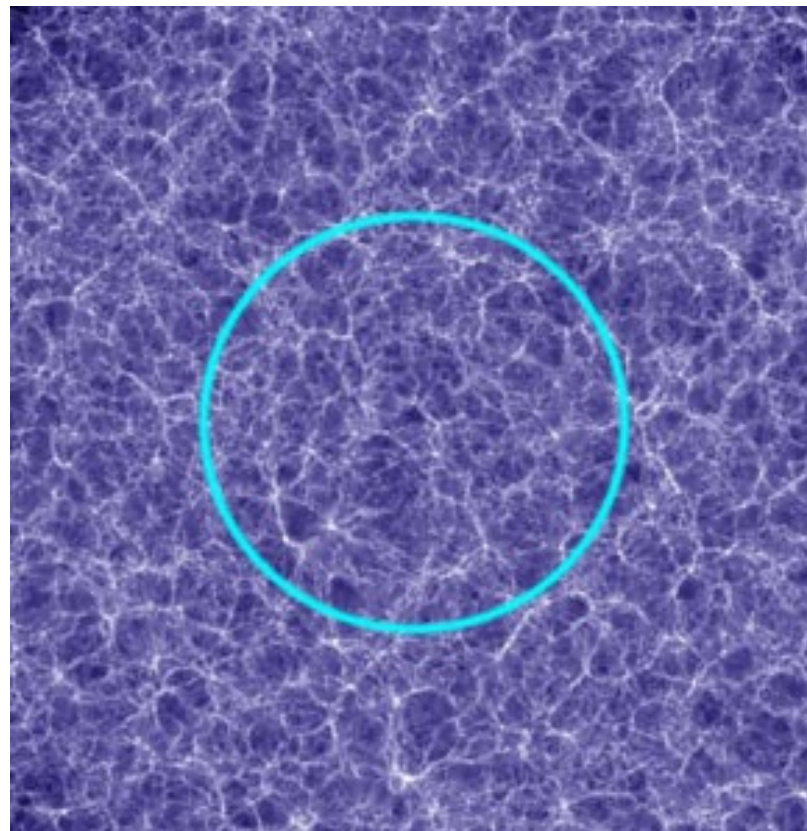
$$\begin{aligned}\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{v}) &= 0 ; \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\varrho} \nabla p - \nabla \phi \\ \nabla^2 \phi &= 4\pi G \varrho .\end{aligned}$$

如果宇宙由无压强物质组成，且满足均匀，各向同性，可得一个最简单的解

$\mathbf{v} = f(t)\mathbf{r}$, 令 $f(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$, 代入上式可得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\rho \frac{\dot{a}}{a} = 0, \text{ 可得 } \rho \sim a(t)^{-3}$$

$a(t)$ 可以理解为宇宙的大小， $\rho \sim a(t)^{-3}$ 意味着宇宙物质守恒！！



可进一步得到

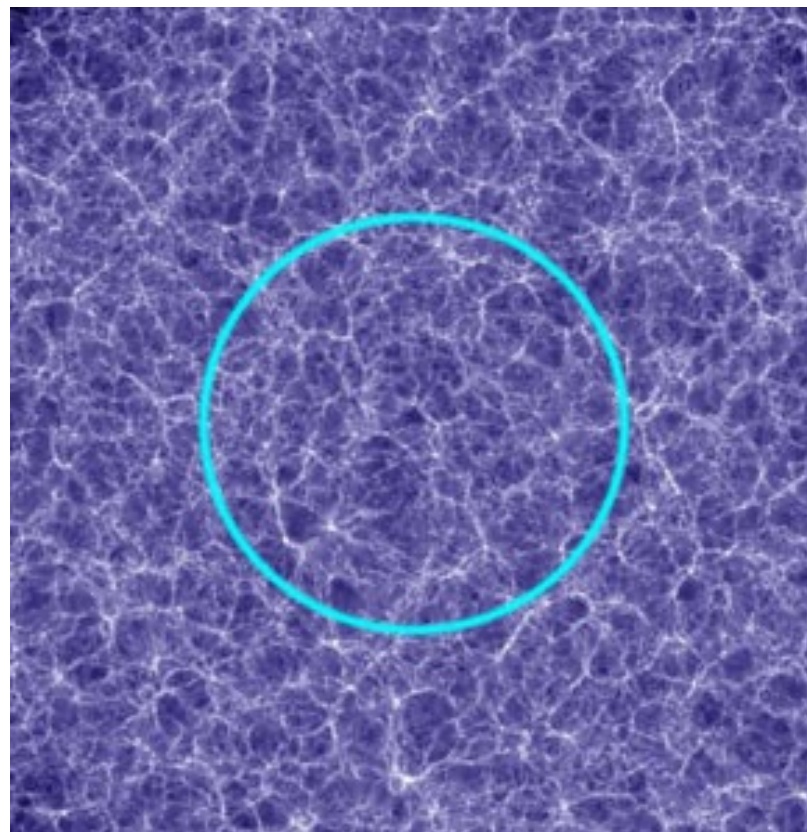
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \rho$$

该等式正是Friedmann方程之一。
代入物质守恒方程，可得
 $a \sim t^{2/3}$ 。

可以看到，完全可以从牛顿定律出发，得到哈勃定律

$(V = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} r)$ ，以及宇宙正在膨胀（而且必须膨胀）的解，其尺度因子与前述求解Friedmann方程完全一样。

因此，一个均匀各向同性的宇宙不可能一直保持静止的！
基于宇宙学原理，任何观测者都会看到一个运动的流体，因此必然推导出空间的膨胀！

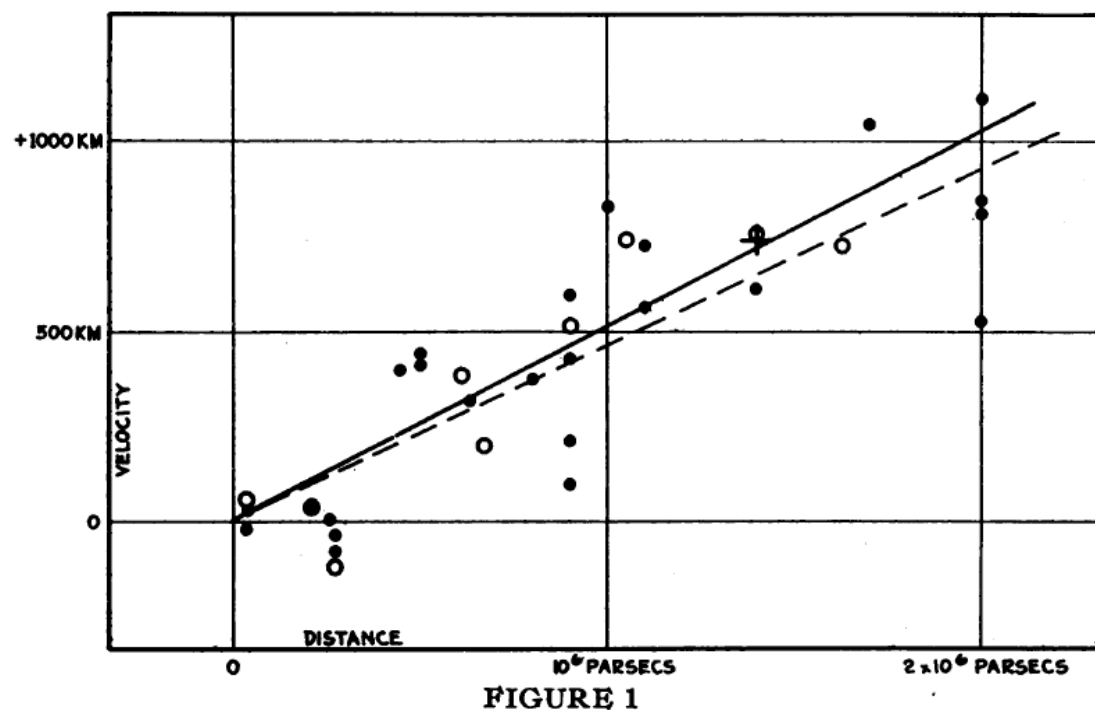


$$V = \frac{\dot{a}}{a} r = Hr$$

哈勃定律！

哈勃1929年测量得到

- 从 $v=Hr$ 可以看到，哈勃常数的单位为 km/s/Mpc 。
- 目前测量的哈勃常数 $H_0 \approx 67-73 \text{ km/s/Mpc}$ ，即在 1 Mpc 的距离上，星系的相对速度 $\sim 70 \text{ km/s}$
- $1/H = r/V$ ，为时间的量纲，即星系用 $100h \text{ km/s}$ 的速度分开到 1 Mpc 需要的时间，大致为宇宙年龄。 $t \sim 1/H_0 = 9.78 \times 10^9 h^{-1} \text{ yr}$ ，代入 $h \sim 0.7$ ， $t \sim 139 \text{ 亿年}$



宇宙学原理， 爱因斯坦方程

- 利用爱因斯坦方程可得到：

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p)$$

- 只要知道宇宙的物质成分，就可以直接解爱因斯坦场方程，就能给出宇宙的尺度演化
- 结合粒子物理等，我们可以知道宇宙的演化历史

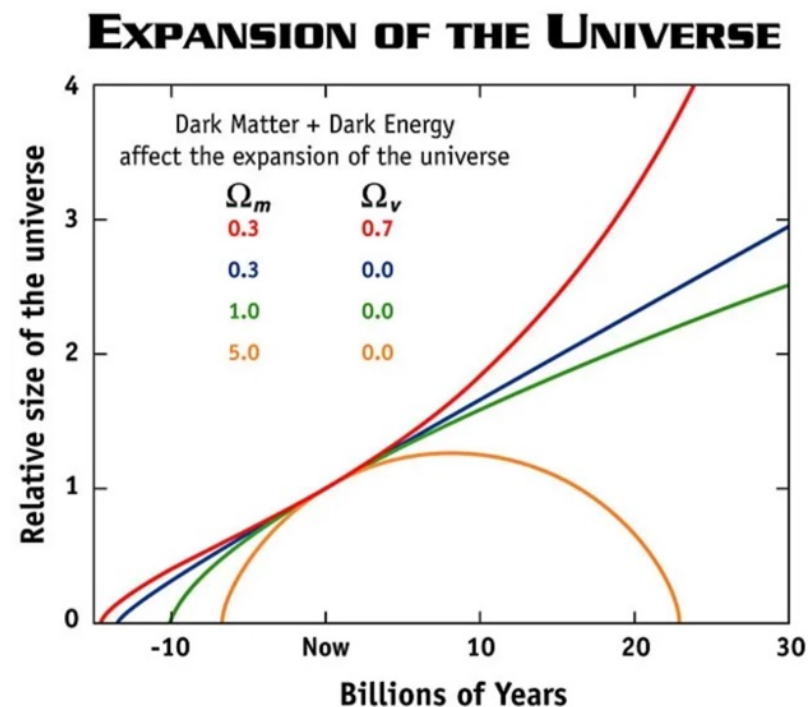
考虑到爱因斯坦常数后的宇宙膨胀因子变化为

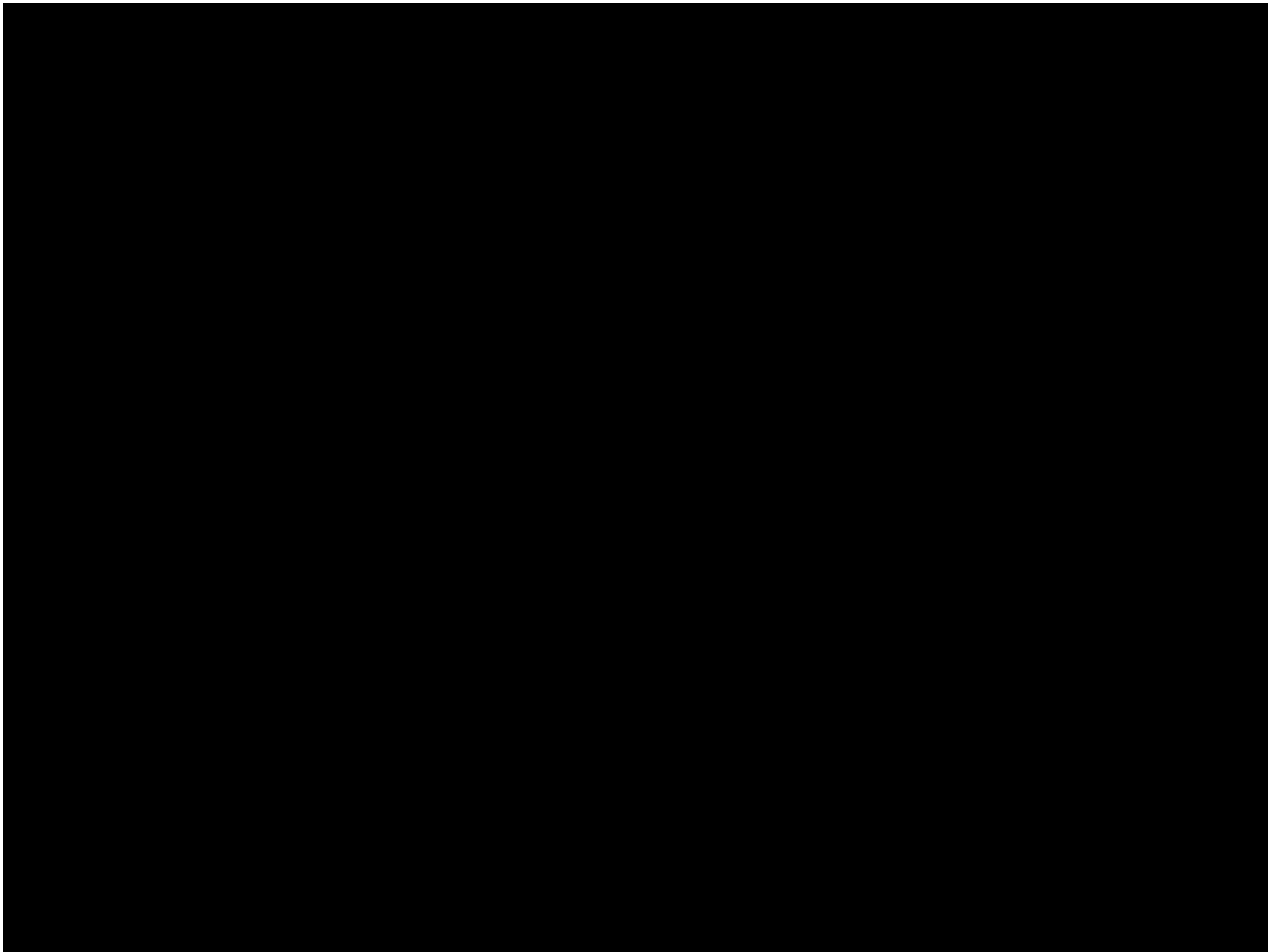
$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1$$

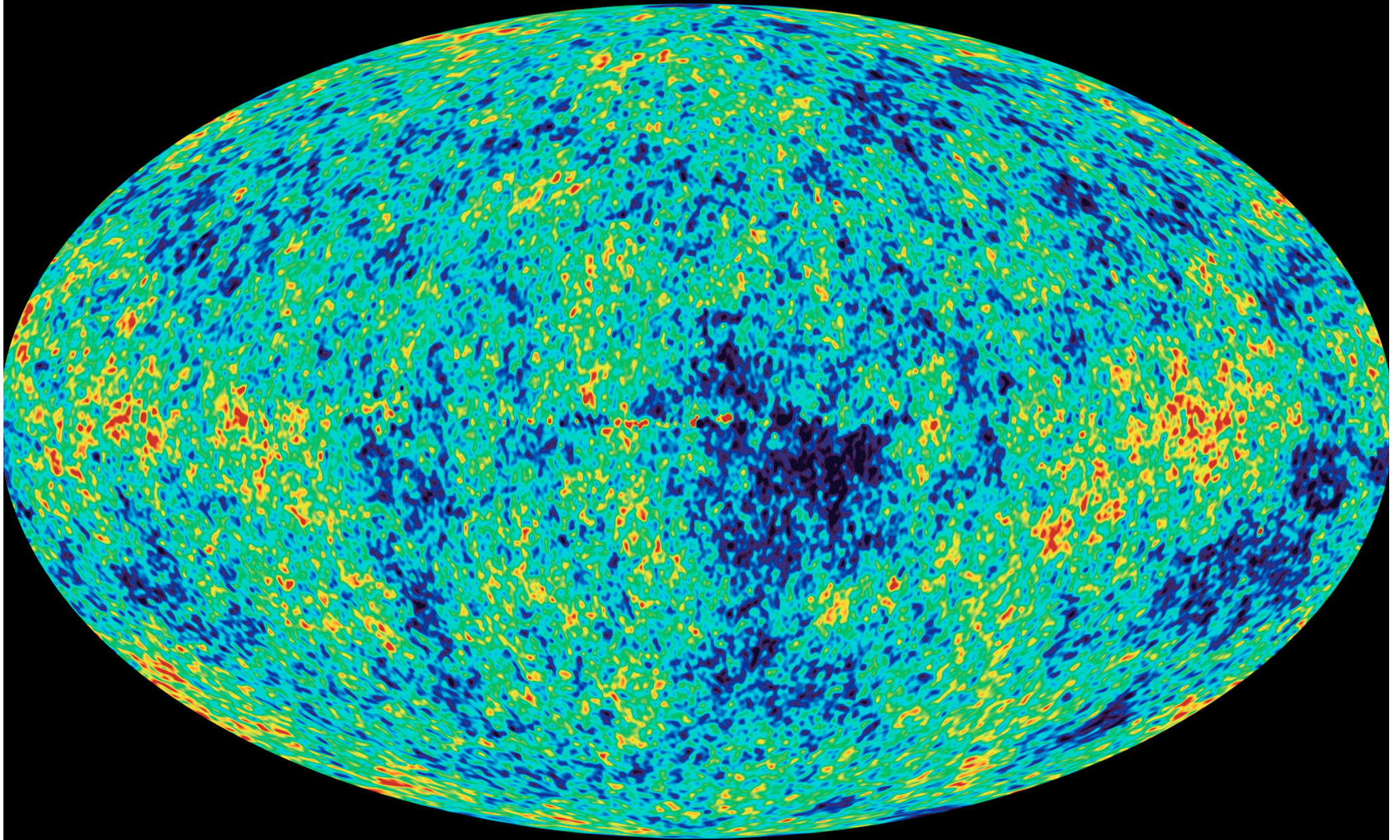
通过分别测量 Ω_m , Ω_Λ ,
可以预言宇宙未来的
演化

宇宙的未来主要取决于其曲率 κ

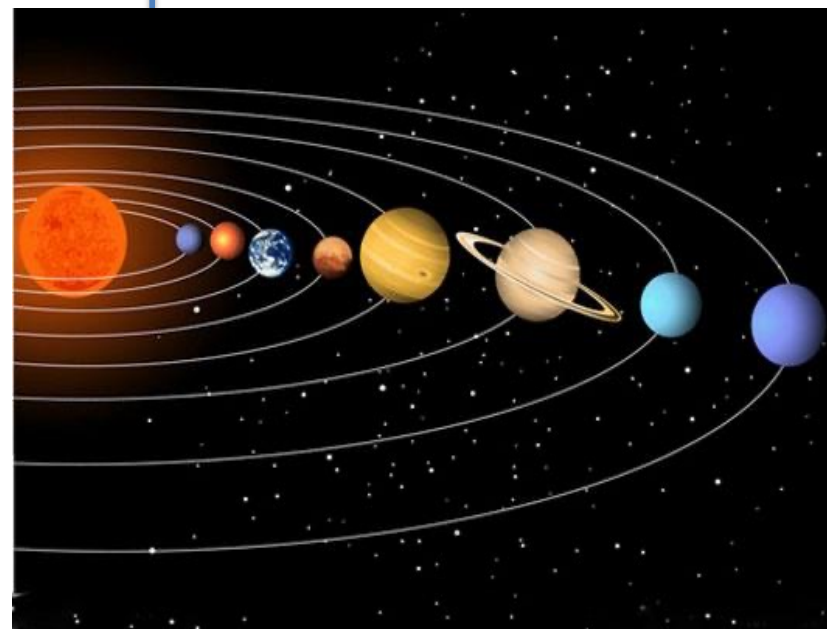
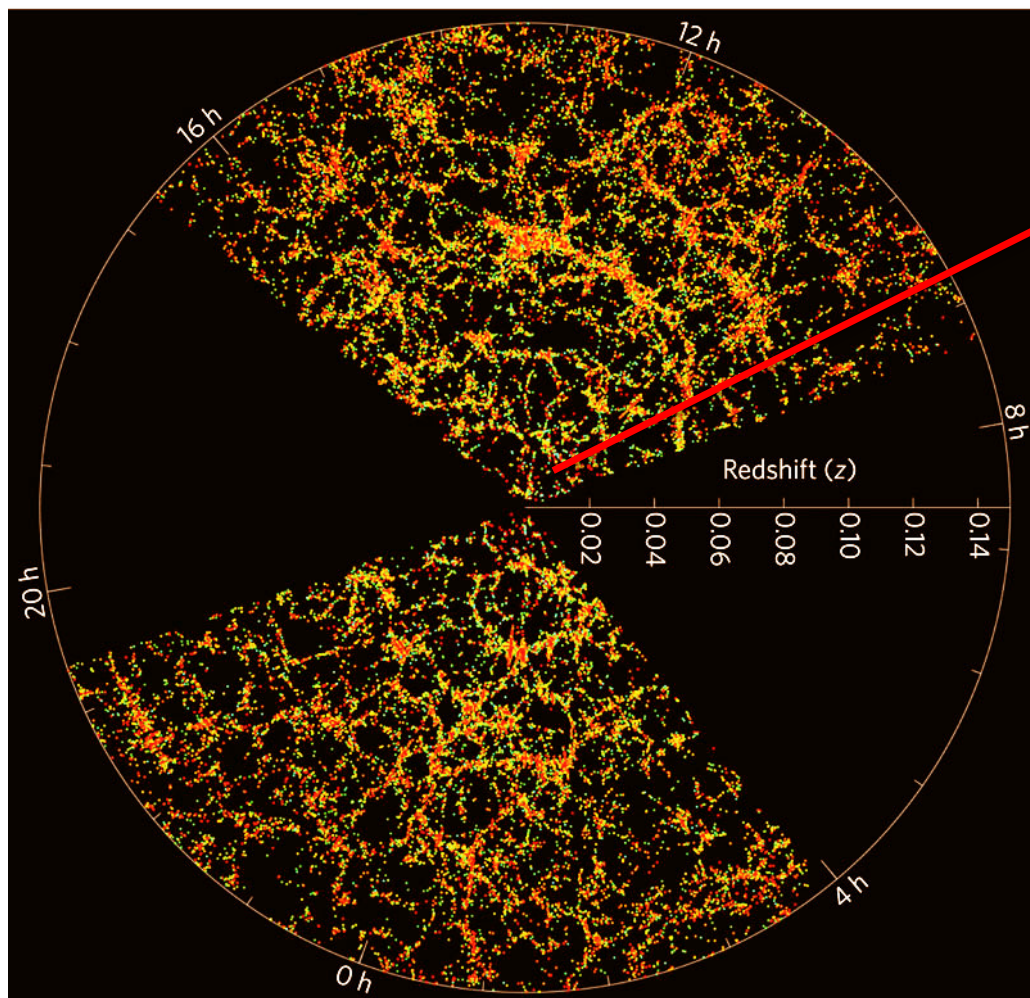




幸运的是：宇宙并非均匀的，尽管极其微弱 $\Delta T/T \sim 10^{-5}$



丰富多彩的宇宙



宇宙结构增长---线性扰动理论

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{v}) = 0 ;$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\varrho} \nabla p - \nabla \phi$$

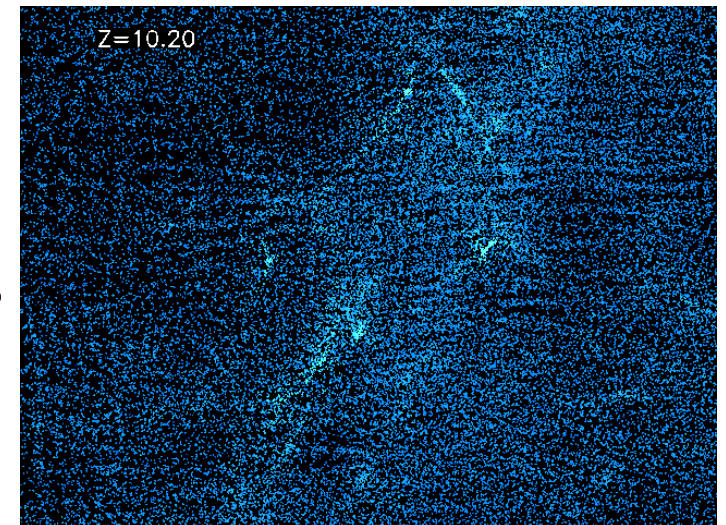
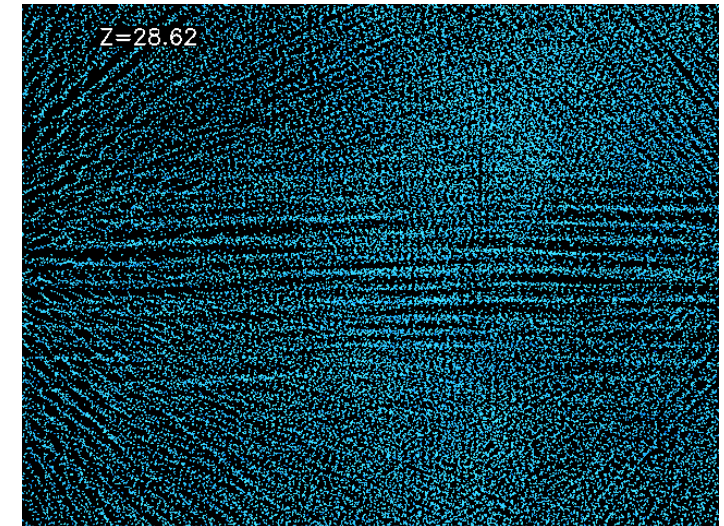
$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \varrho .$$

引入线性小扰动

$$\rho = \rho_0 (1 + \delta)$$

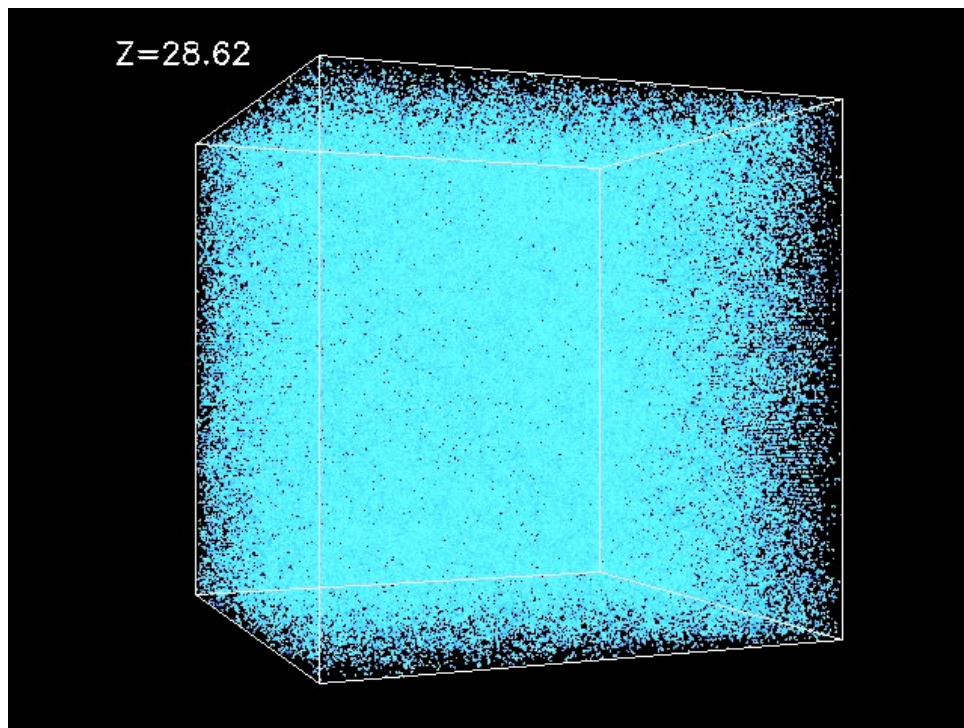
$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta + \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta + \frac{2}{3} \frac{\bar{T}}{a^2} \nabla^2 S.$$

线性演化阶段



结构非线性演化

-----纯引力主导系统



如何模拟这个过程？

无碰撞粒子系统

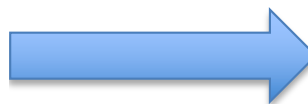
对于无碰撞粒子系统，其演化可用相空间分布函数 $f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$ 来描述

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{ma^2} \mathbf{p} \cdot \nabla f - m \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0.$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p}.$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G a^2 (\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho}).$$

Vlasov方程



$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{a} \mathbf{v},$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} = -\frac{\nabla \phi}{a}.$$

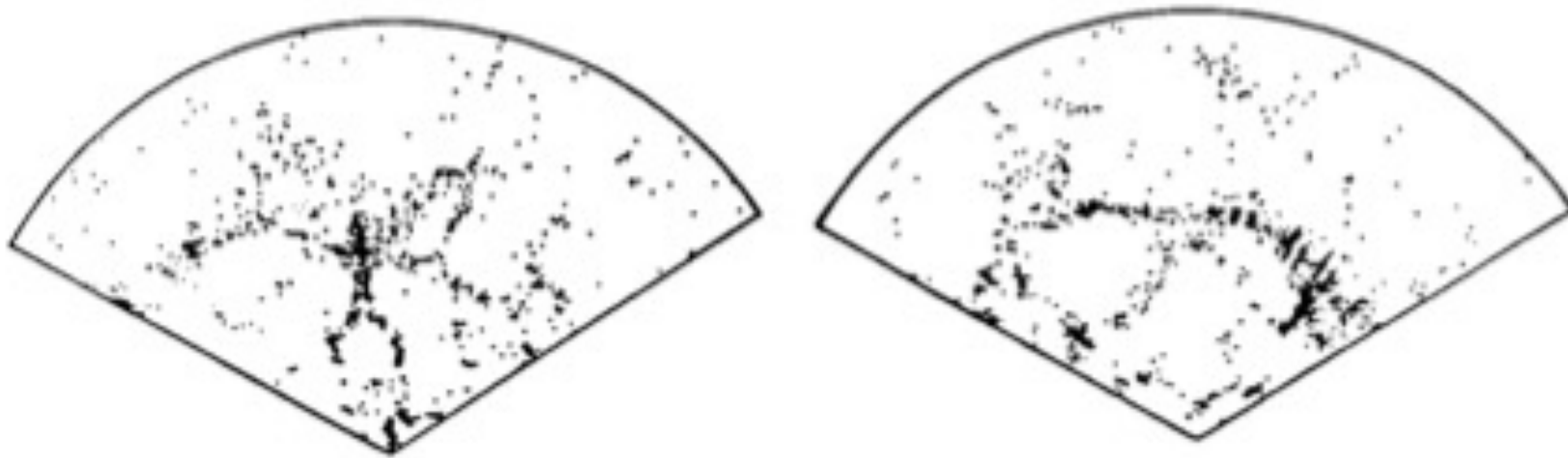
将相空间演化问题转化为N体模拟问题：只需要计算N体直接的引力！

所有数值模拟的核心问题都是计算引力

N体计算方法

- ❑ PP算法：直接求和,精度高, 耗时（东京大学发展专门硬件:GRAPE,目前主要应用于星系或宇宙高密区计算）
- ❑ PM算法：在给定格点计算, 计算速度快, 精度有限
- ❑ PP+PM or Tree+PM: 短程用PP或Tree,长程用PM: 目前流程序TreePM: Gadget
- ❑ Adaptive-P3M or ART

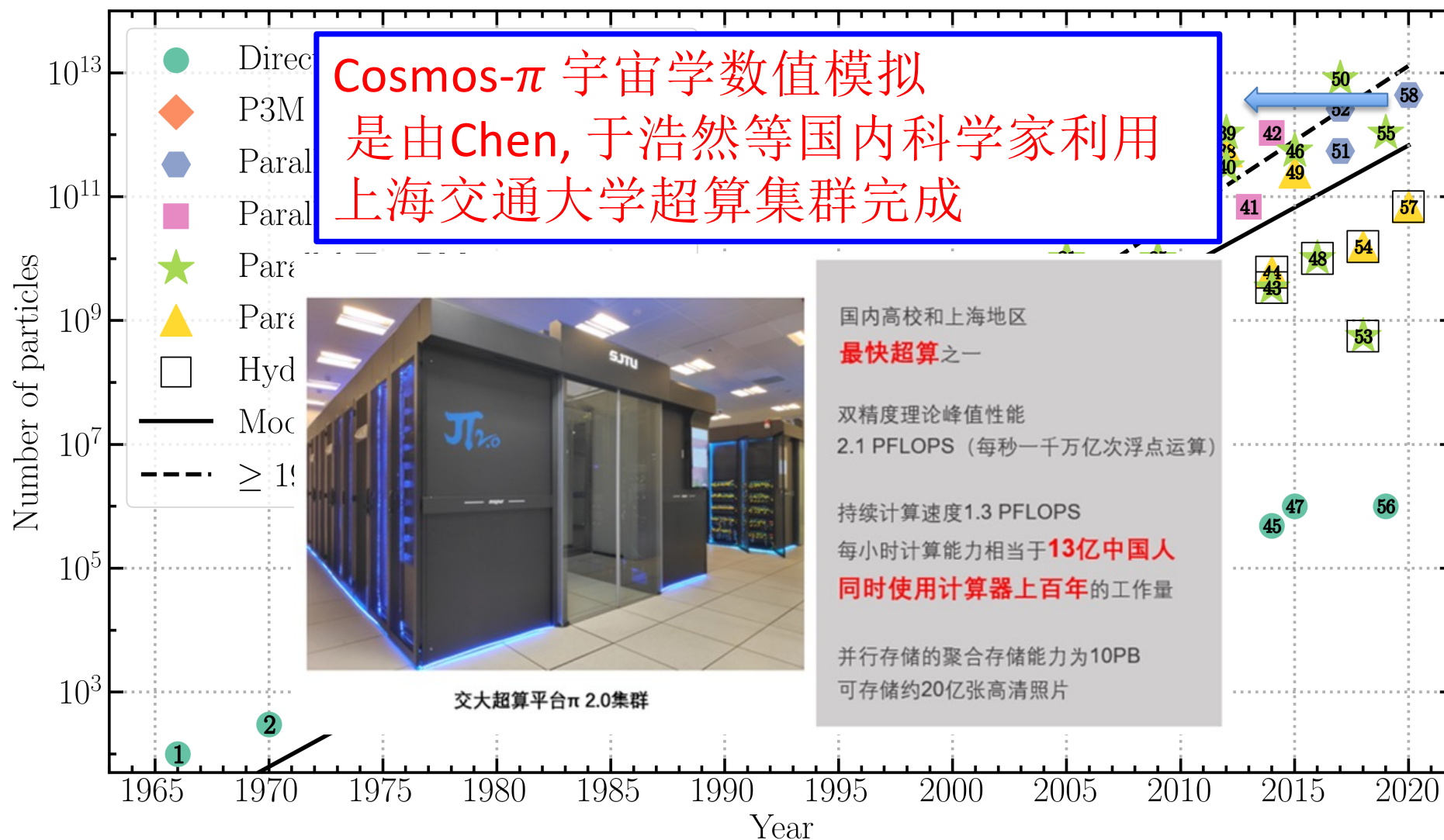
First Cosmological N-body simulation (Press & Schechter 1974)



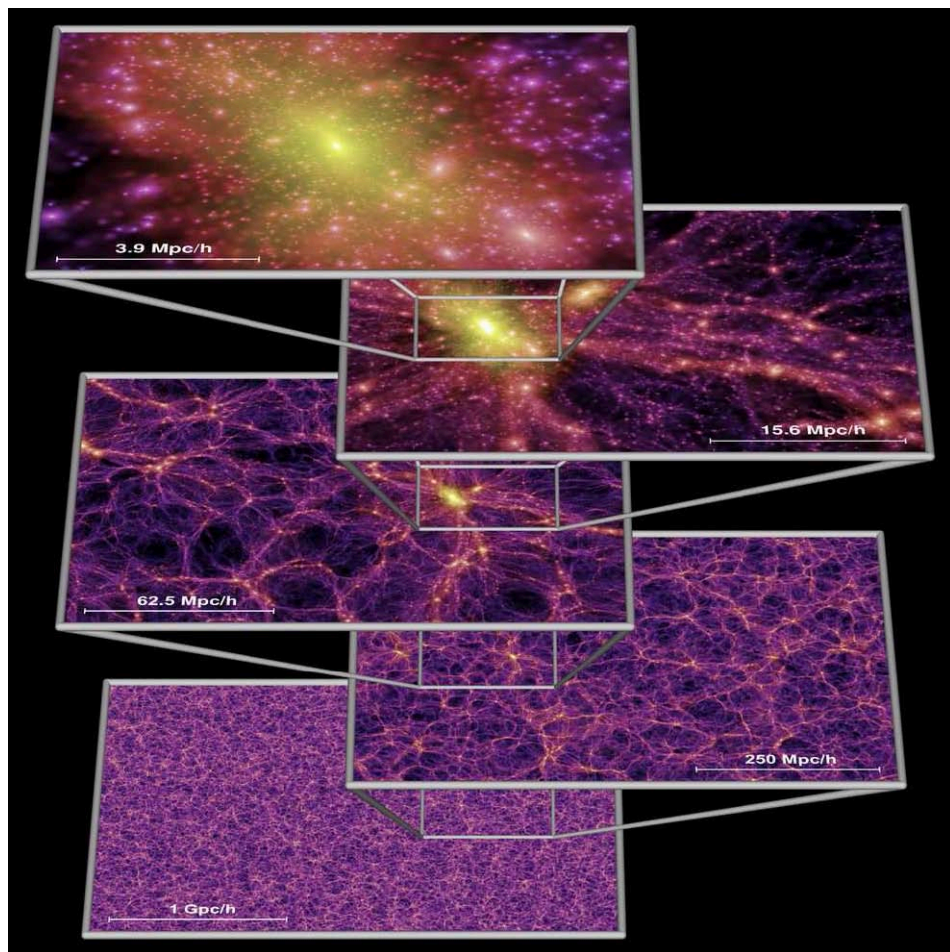
With ONLY 1000 Particles !!!

数值模拟的发展规模

Plot by Florent Leclercq



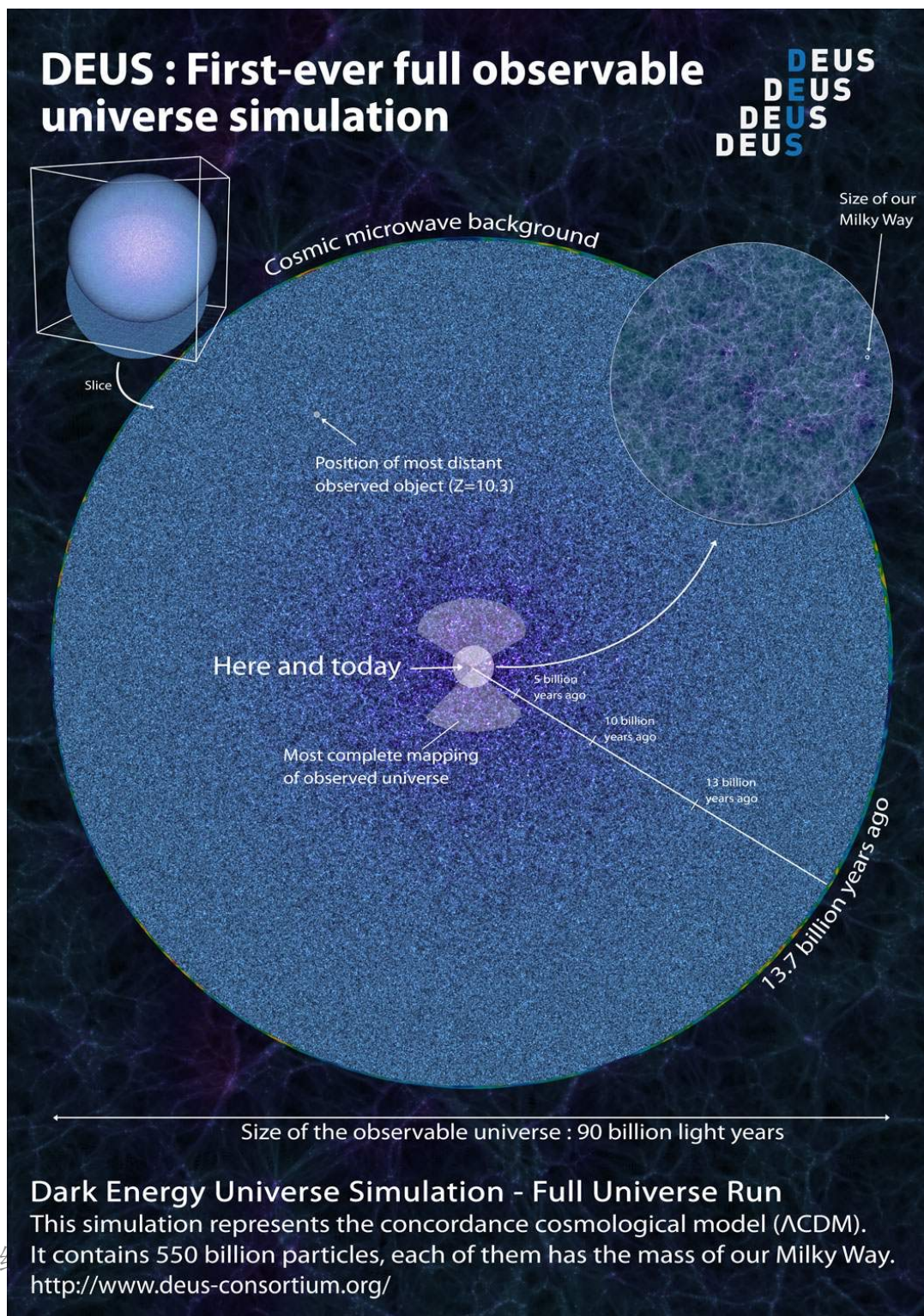
国际上其他模拟



千禧年模拟（知名度最高的模拟）

2022/11/28

宇宙线

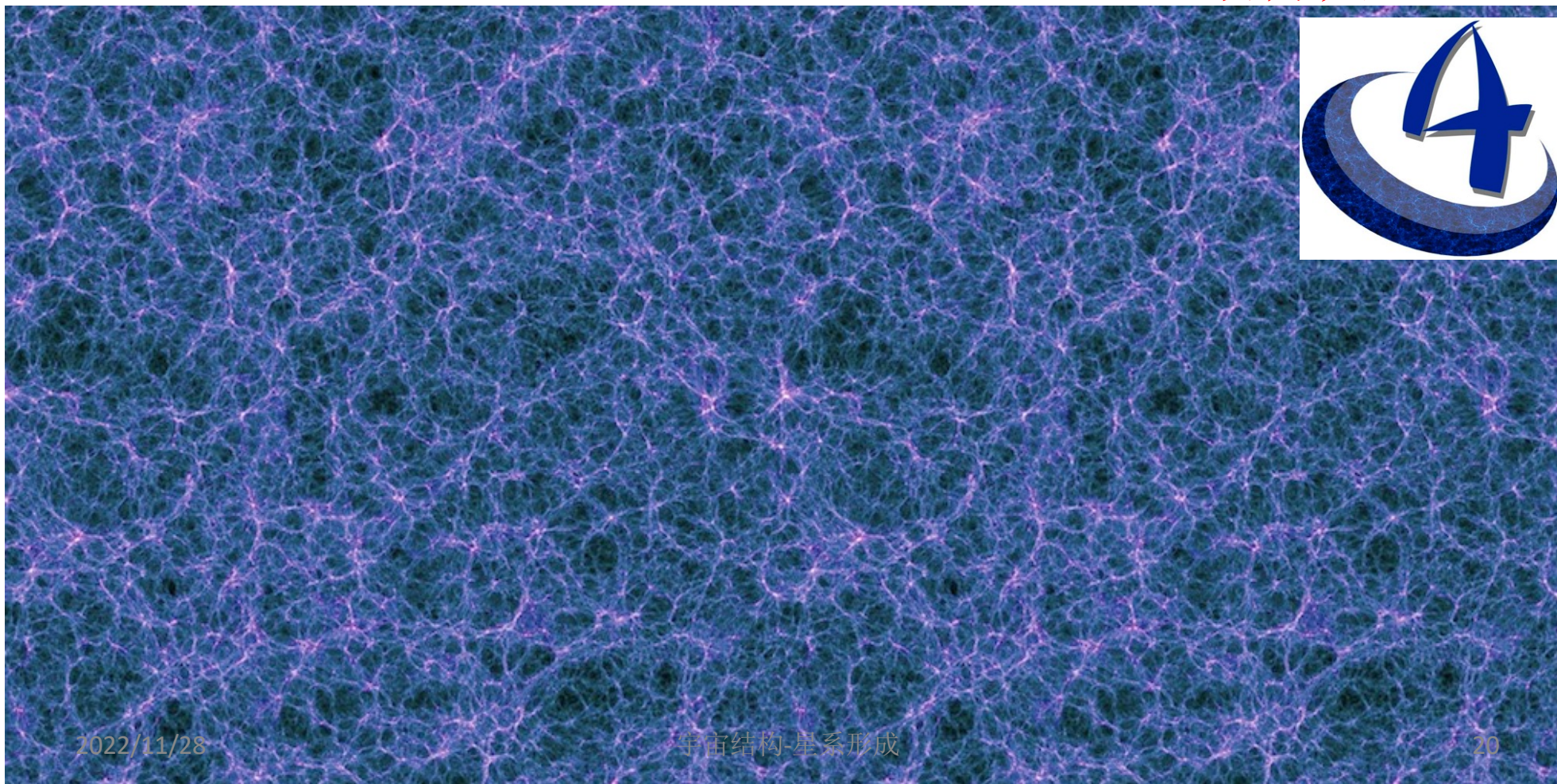


盘古模拟 (2012)

- $L=1000\text{Mpc}/h$, 300亿个粒子
- WMAP5 Cosmology, start from $z=120$
- 2048个CPU, 耗时3周 (科学院超算中心)
- 数据输出: 50TB



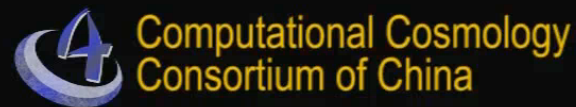
盘古开天地



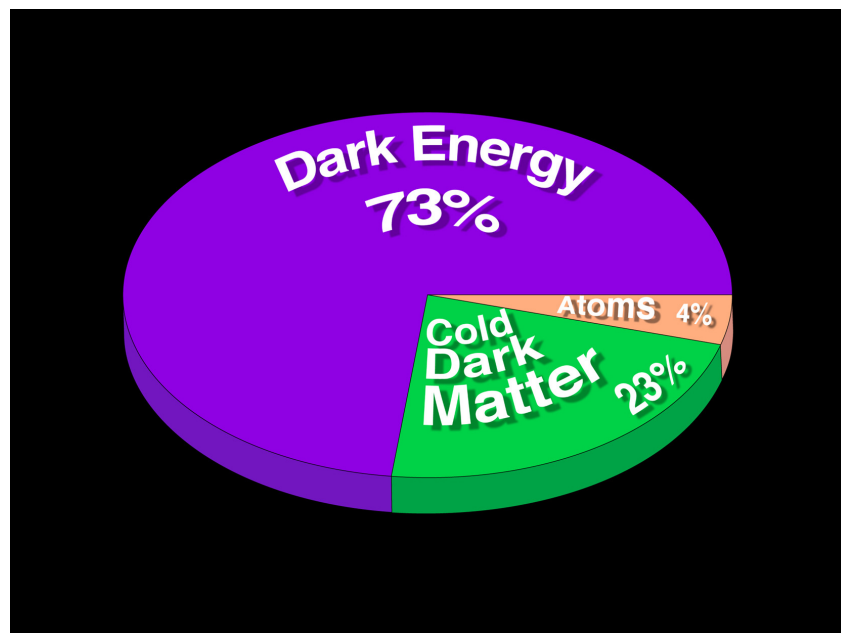
中国数值宇宙学联盟：紫金山天文台，国家天文台，上海天文台，上海交大，科学院超算中心

Wandering in the Universe

PANGO Project



许多人的疑问：为什么要运行那么多的数值模拟？



- 暗物质粒子的性质？
- 暗能量的演化？
- 宇宙初始条件？



星系形成物理过程不清楚

- 气体过程复杂
- 恒星形成的第一原理
- 恒星爆炸、星风
- 黑洞形成，能量反馈
- ， ， ， ，

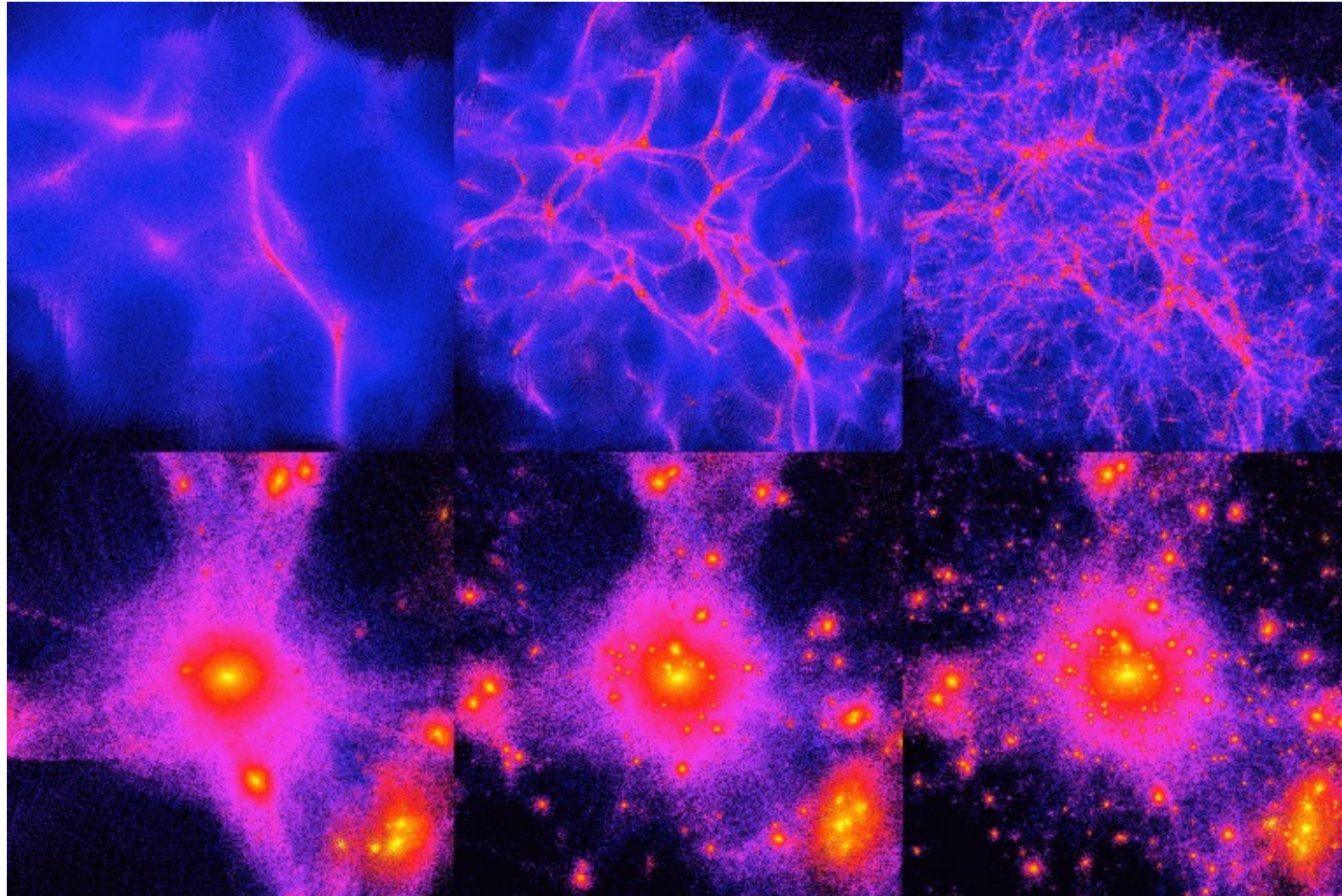


不同暗物质粒子对应的宇宙结构

热暗物质

温暗物质

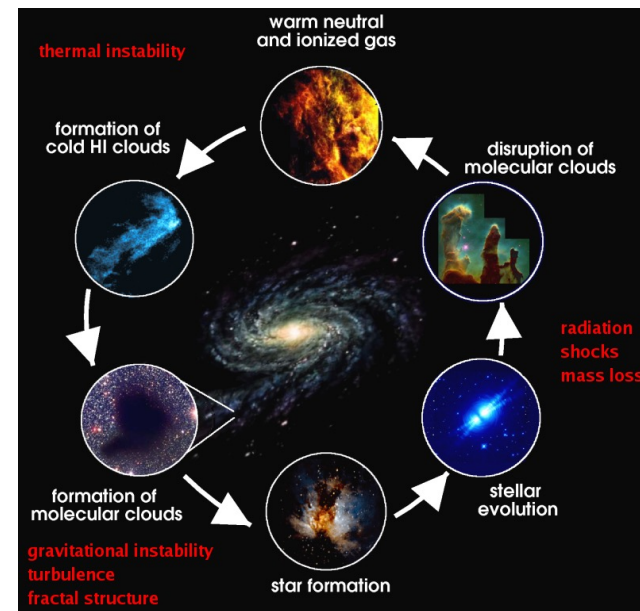
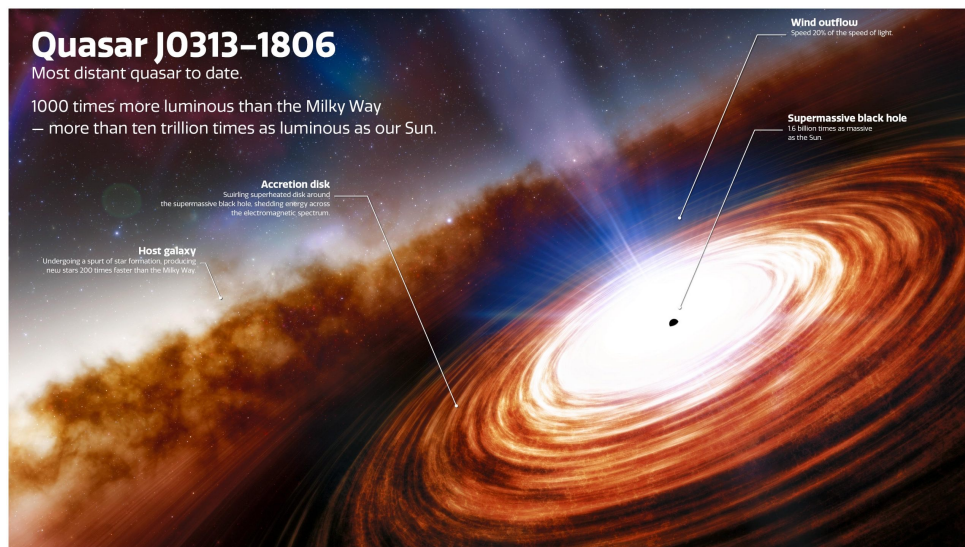
冷暗物质



早期

晚期

- **星系形成物理过程复杂**：涉及到除引力之外：流体力学，气体动力学，磁流体，爆炸等过程
- 各种过程涉及的尺度相差**10个量级以上**！！！！



复杂的
物质、
能量循
环过程

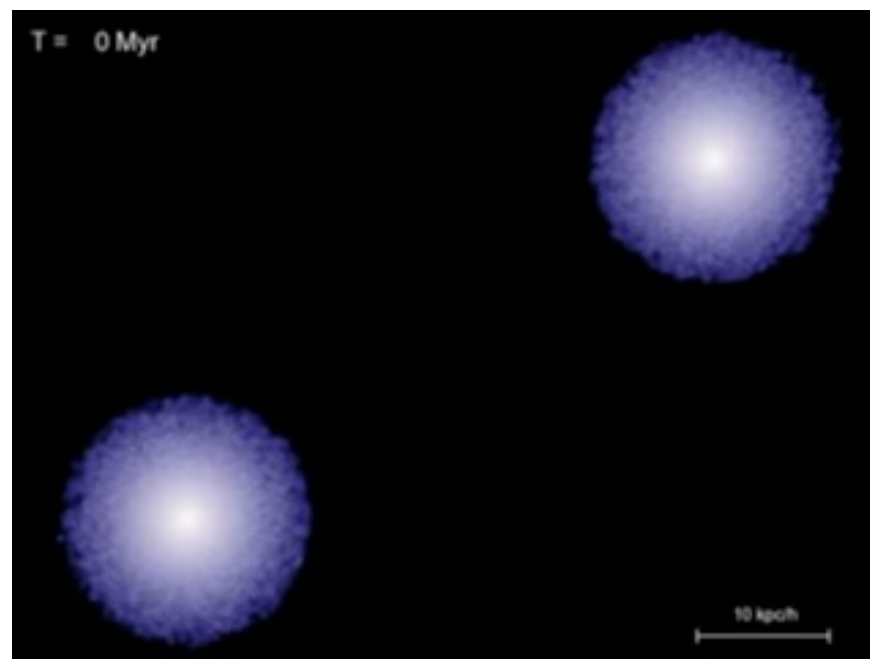
黑洞在星系演化中的作用

---详细机制仍不明确



黑洞的尺度与星系尺度相差10个量级以上！但是其释放的巨大能量对星系形成有非常强的影响

天文学家相信：几乎所有星系中心都有一个超大质量黑洞



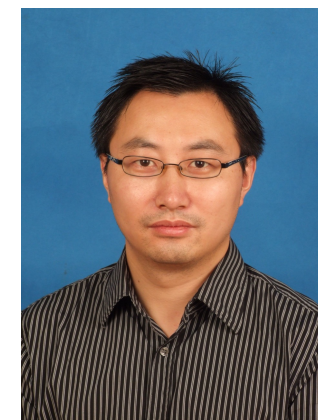
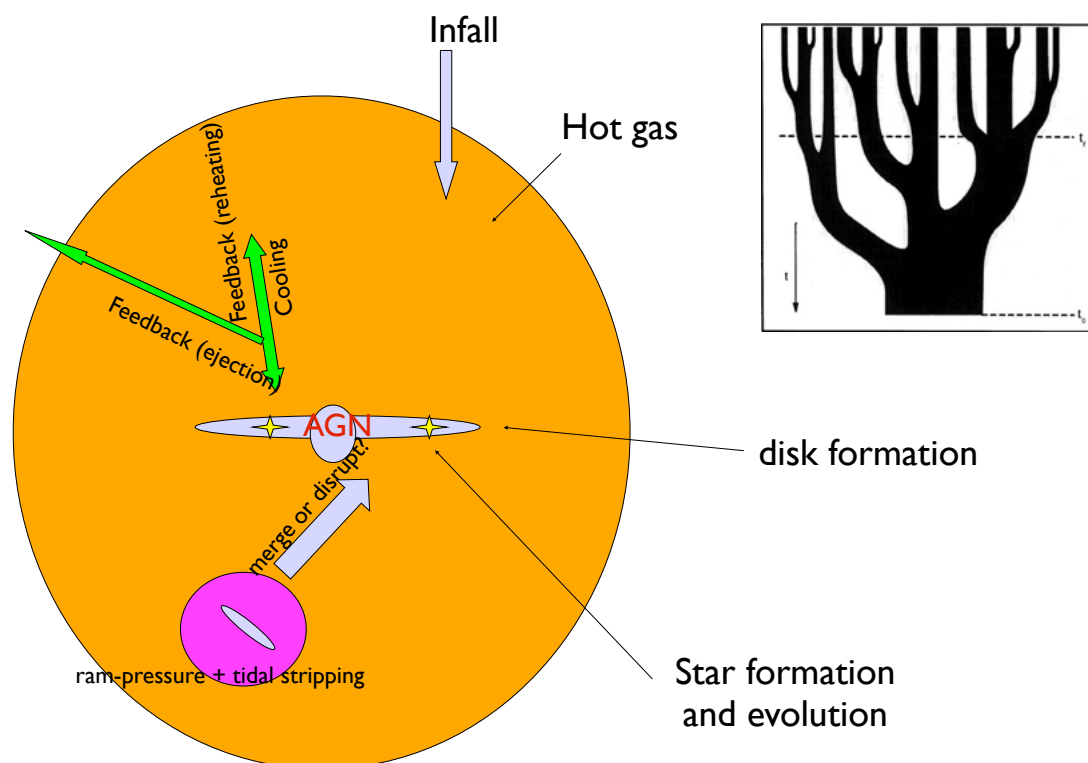
能否在模型中模拟上述过程，并预言宇宙中星系整体的形成和演化？



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

星系形成的半解析模型

Semi-analytic models of galaxy formation



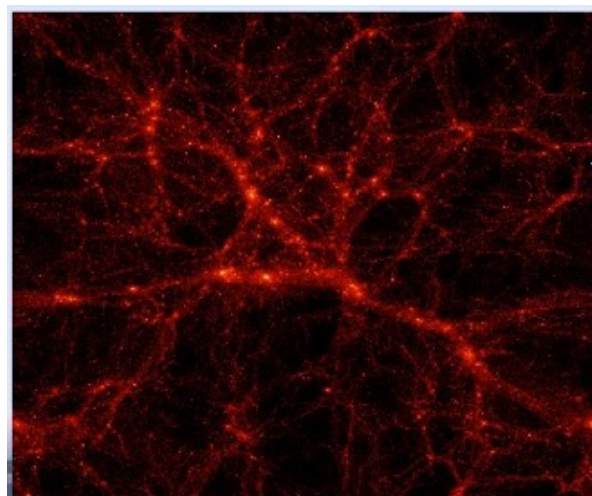
主要研究方向：星系形成半解析模型。过去20年发展了国内第一个半解析模型



星系形成的半解析模型

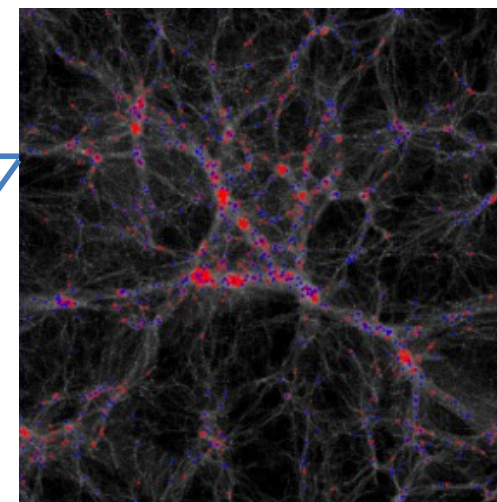
(Kang et al. 2005-2020)

我们发展了高精度的星系形成模型，从宇宙初始条件出发，结合星系形成的关键物理过程，模拟星系的形成和演化。从而点亮暗物质宇宙

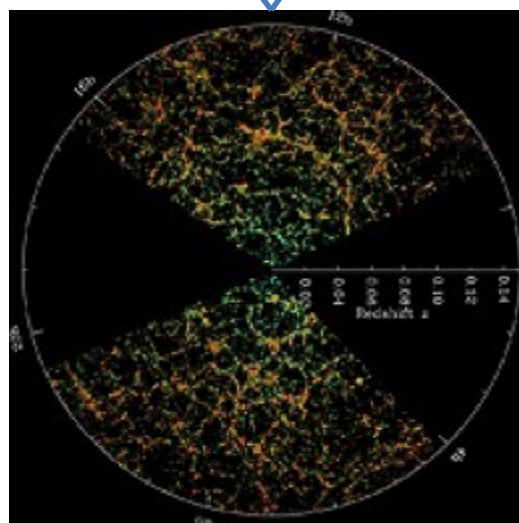


暗物质分布

限制暗物质性质
和星系形成物理



模拟的星系



实际观测的星系



星系形成的流体数值模拟：基本方程和模拟程序

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k) = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u_k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_i u_k + P \delta_{ik}) = -\frac{\dot{a}}{a} \rho u_i - \frac{1}{a} \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i},$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}[(E + P)u_k] = -\frac{2\dot{a}}{a} E - \frac{1}{a} \rho u_k \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} - \Gamma_{\text{net}}.$$

目前方法

❑ 欧拉方法：FLASH, WENO

❑ 拉格朗日：SPH

❑ 自适应网格：AMR, AREMO

星系宇宙学研究非常依赖于数值模拟（特别是含重子的流体模拟），有很多科研人员直接从事模拟程序编写和运算
国内目前非常重视、急需发展

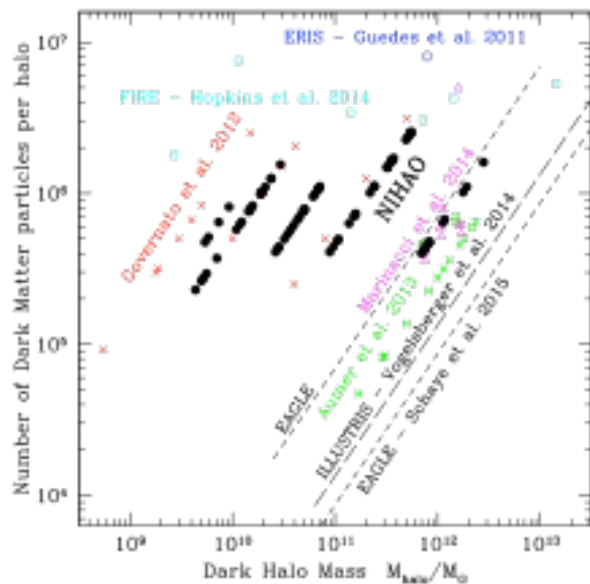
NIHAO 星系形成数值模拟

(Numerical Investigation of A Hundred Astronomical Objects)

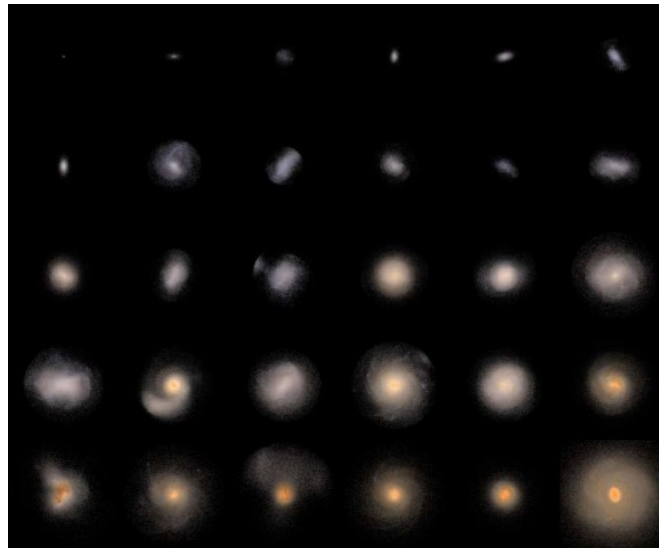
康熙，王亮（紫台），Maccio' Andrea等(MPIA)

数值模拟，特别是含恒星形成的流体模拟，已经成为研究星系形成与演化的重要手段。以ILLUSTRIS, ANGLE为代表的流体数值模拟取得了巨大的成功，引起了强烈的国际反响。但是他们都面临一个主要困难：低质量星系的恒星形成效率太高

为此，在马普小组的基础上，我们与MPIA合作，开展了NIHAO项目，开展了高精度的星系形成数值模拟（100个星系），研究了几个关键科学问题，取得了一系列成果。



NIHAO: 大样本，高分辨



NIHAO成功模拟了盘星系

NIHAO的主要优势

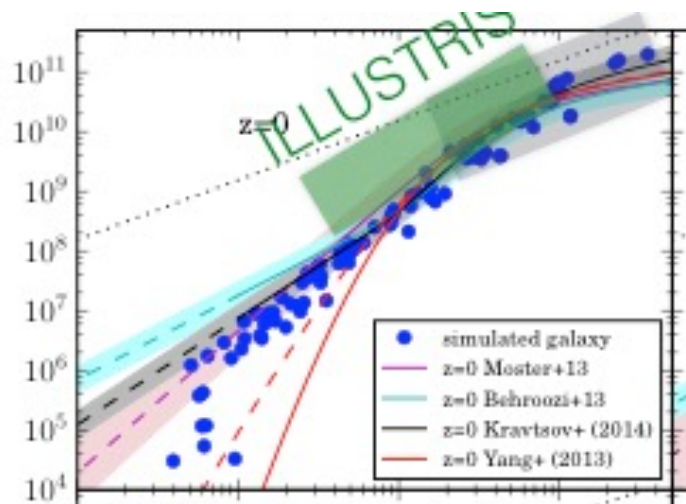
- 高分辨，大样本
- 加入了额外的恒星反馈机制（辐射反馈）
- 星系具有‘合适’的恒星质量

NIHAO数值模拟的系列成果

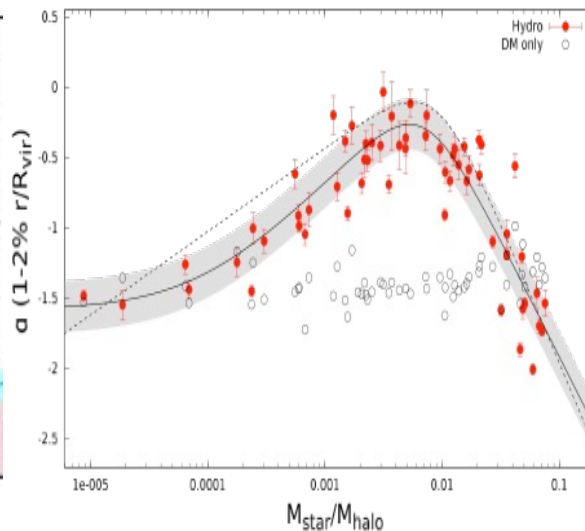
NIHAO主要针对几个关键科学问题

- ❑ 为什么星系的恒星形成效率普遍偏低？
- ❑ 低质量星系中心的密度轮廓 Core VS Cusp
- ❑ 卫星星系的Too-big-to-Fail问题
- ❑ 丢失的重子去哪儿了？

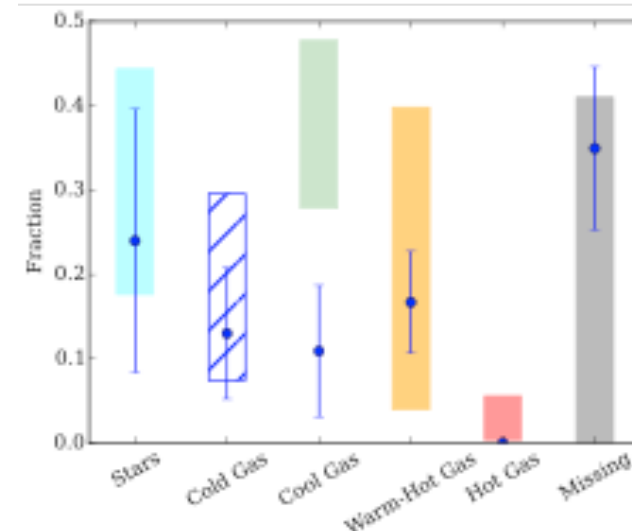
NIHAO的代表性结果



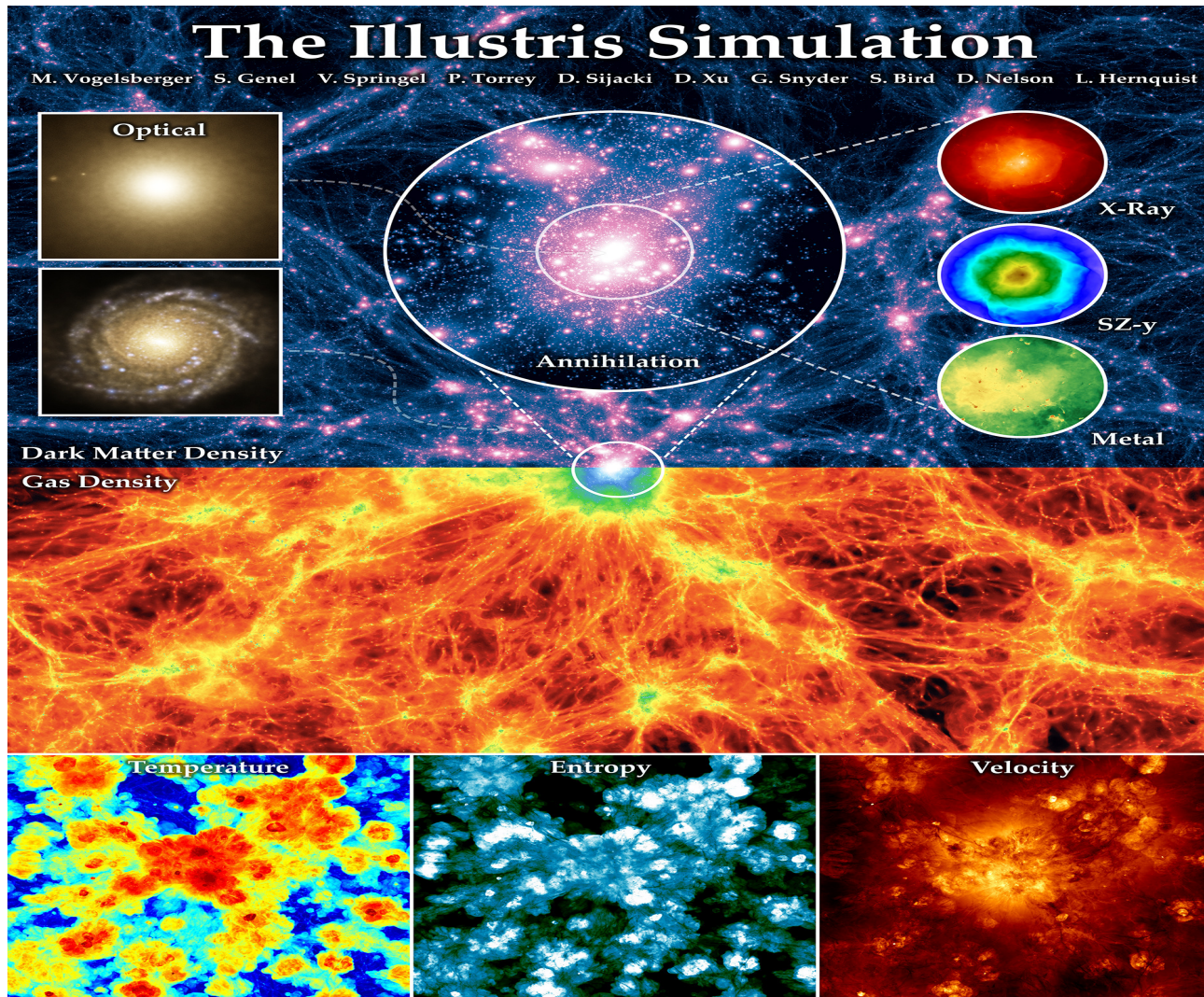
Wang+ 2015, MNRAS



Tollet+2016, MNRAS



Wang+2017,MNRAS in press



目前最成功（最领先）
的流体宇宙学模拟！

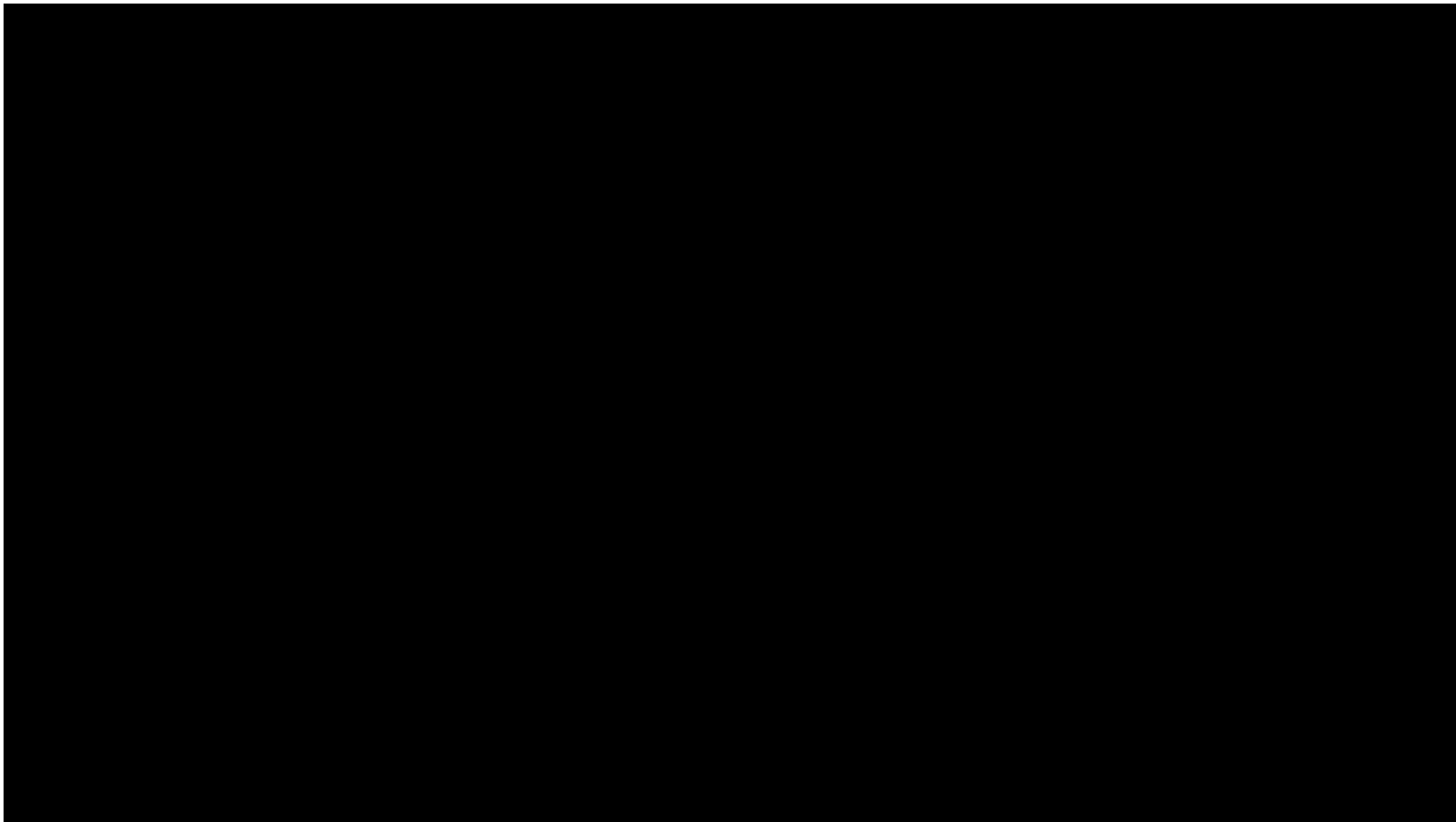
□利用了领先的流体模拟程序AREPO (moving mesh)

□包含了众多的重子物理过程：气体加热、冷却，恒星形成与反馈，黑洞形成与反馈，星风等

□再现了观测到的星系

美国，德国联合完成
180亿粒子，16 Million CPU
hours

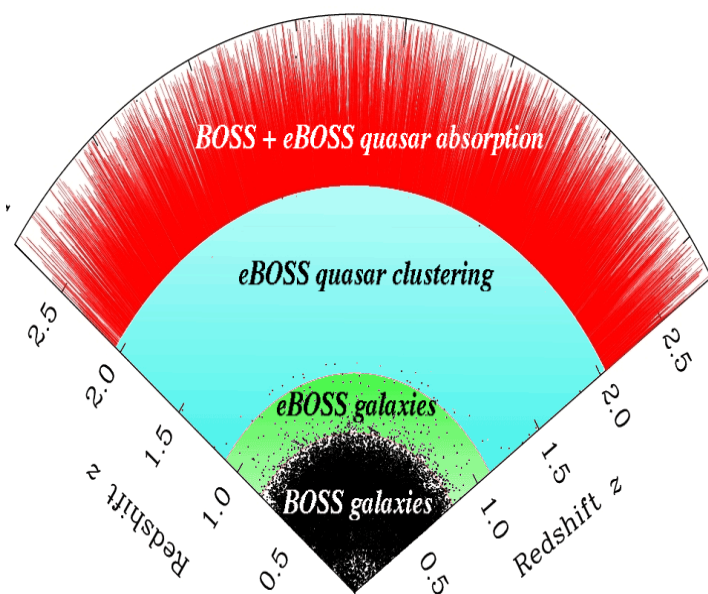
Illustris Simulation: The Pioneer for Next-Generation Big Cosmological Hydrodynamical Simulation: 下一代宇宙学流体模拟开拓者



星系宇宙学未来关键问题

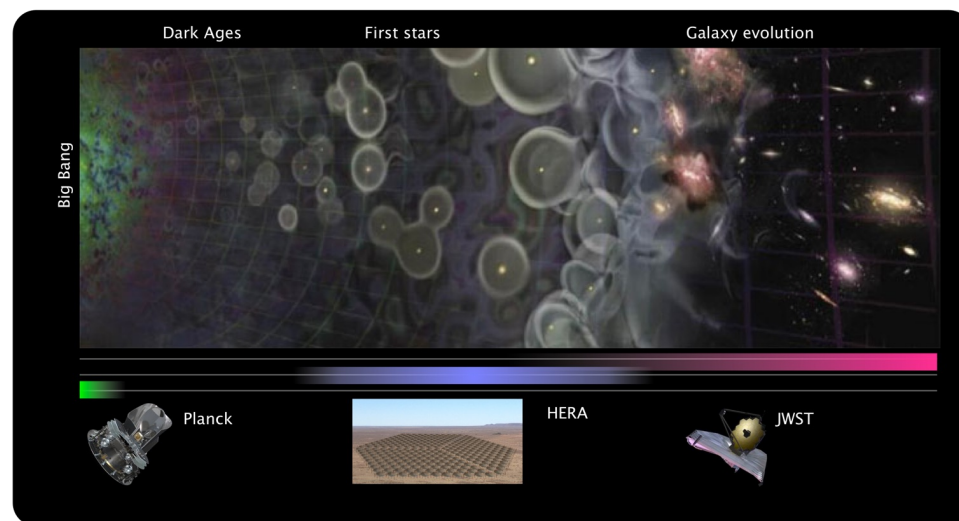
宇宙学:暗物质、暗能量的本质

- 开展大规模星系巡天, 利用星系空间成团性测量暗能量演化
- 开展暗物质粒子的探测和间接检验, 限制暗物质粒子的性质



星系形成

- 系统搜寻从第一代星系、高红移黑洞到近邻宇宙的矮星系
- 建立星系演化的完整、多波段模型, 理解星系形成中的关键物理过程





天文研究所（筹） 浙江大学物理学院



康熙 杰青
宇宙大尺度结构
星系形成



曹新伍 杰青
高能天体物理



刘倍贝 百人
系外行星



岑人岳 普林斯顿
大学教授，已全
职加入浙江大学



李邈 百人
星系形成
2021年9月入职



Go Ogiya 特聘研究员
暗物质数值模拟
2021年9月入职

浙江大学天文学科主要方向

- 星系宇宙学
- 高能天体物理
- 系外行星